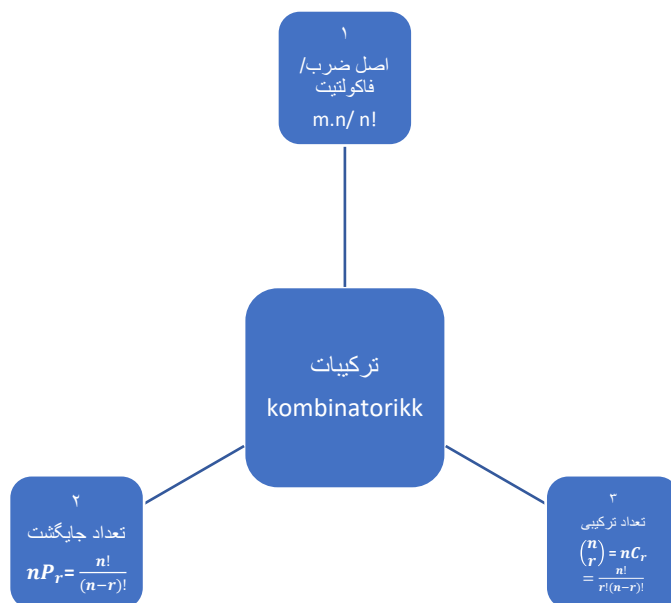


ترکیبات ریاضی و احتمالات (۱)

تحلیل ترکیبات بررسی منظم ترکیبات است و یک چنین تحلیل برای پیدا کردن احتمال وقوع یک حادثه ضروری است. ریاضی سه وضعیت زیر در قدم اول مهم است. در ترکیبات

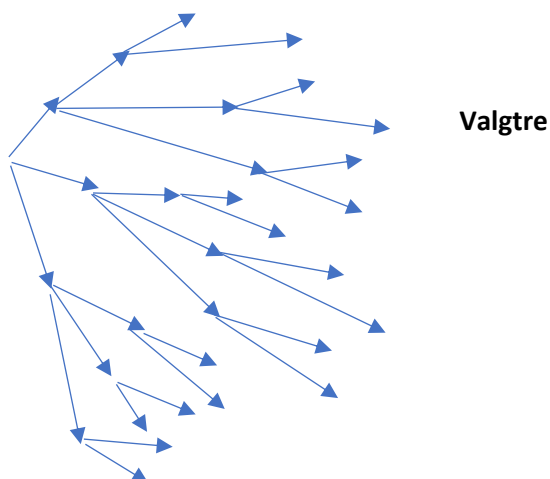


۱. اصل ضرب / فاکولتیت:

به اصل ضرب وضعیت لباس antrekkssituasjon یا valgtre نیز گفته می شود. هرگاه در یک عمل بطور نمونه دو مستقل A و B که اولی به n طریق و دومی به m طریق قابل اجرا باشد، سرانجام هر دو باهم $m \times n$ طرق مختلف می توانند ترکیب یابند.

مثال: اگر ماری سه تا پیراهن، سه تا پتلون (شلوار) و دو جوره بوت (کفش) داشته باشد، پس او چند تا ترکیب متفاوت از آنها می تواند لباس بپوشد؟

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$



انتخاب مرتب با جاگزینی (ordnet utvalg med tilbakelegging)

درین ترکیب عنصر n که k بار تکرار گردد.

مثال: در یک مسابقه فوتبال سه امکان وجود دارد: برد، باخت و مساوی. در یک کوپنگ فوتبال ۱۲ مسابقه چند ترکیب می تواند بوجود آید؟

$$3^{12} = 3.3.3... = \text{تعداد ترکیبات}$$

وضعیت صف (køsituasjonen)

درین ترکیبات ترتیب مهم است و همه انتخاب می شوند و یکبار عمل می کنند. هر عنصر یکبار انتخاب میشود و انتخاب بدون برگرداندن می باشد.

مثال: اگر چهار نفر به ترتیب در یک صف قرار گیرند، چند تا صف متفاوت را می توانند بوجود آورند؟

اگر افراد را A، B، C و D بنامیم، ما ۲۴ صف بدست خواهیم آورد:

ABCD, ABDC, ACBD, ADBC, BACD, BADC, BCDA,

$$4! = 4.3.2.1 = 24$$

۲. تعداد جایگشت (Antall permutasjon)

تعداد ممکن انتخاب r واحد از m واحد بدون جاگزینی که در آن ترتیب مهم است، تعداد جایگشت یا پرموتشن نامیده میشود. به این روش بعضا «وضعیت مدال دادن» نیز گفته می شود. برای پیدا نمودن تعداد ممکن انتخاب از این فرمول استفاده می شود:

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال ۱: اگر بخواهیم دو نفر را از میان پنج نفر انتخاب کنیم، تعداد انتخاب ممکن ازین قرار است:

$${}_2P_5 = 5.4 = \frac{5.4.3.2.1}{3.2.1} = \frac{5!}{3!} = \frac{5!}{(5-2)!} = 20$$

مثال ۲: ما اگر بخواهیم از یک جمع ۲۰ نفر یک تیم ستافت ۴ نفری (ستافت تیم است که ترتیب افراد مهم است، یعنی ازین چهار نفر معلوم است که اول چه کسی است، دوم چه کسی است تا آخر) را انتخاب کنیم، به تعداد زیر دست می یابیم.

$$4P20 = \frac{20!}{(20-4)!} = 20.19.18.17 = 116280$$

۳. تعداد ترکیب (antall kombinasjoner)

انتخاب ممکن r عنصر از m عنصر بدون جاگزینی که در آن ترتیب اهمیت ندارد. درین حالت ما از فرمول زیر استفاده می کنیم.

$$\binom{n}{r} = nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

مثال ۱:

$$\binom{5}{2} = 5C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5.4.3.2.1}{2.3.2.1} = 10$$

مثال ۲:

از یک صنف یا کلاس ۲۸ شاگرد می خواهیم یک کمیته پنج شاگرد را انتخاب کنیم. درین انتخاب که بدون جاگزینی صورت می گیرد، ترتیب اهمیت ندارد. به این روش اصطلاح «شرایط انتخاب کمیته» نیز اطلاق می گردد.

(a) چند انتخاب ممکن است، صورت بگیرد؟

$$\binom{28}{5} = \frac{28!}{5!(28-5)!} = \frac{28.27.26.25.24}{5.4.3.2.1} = 98280$$

اگر این صنف مشتمل از ۱۶ دختر و ۱۲ پسر باشد، در آنصورت

(b) چند امکان برای انتخاب سه دختر و ۲ پسر وجود دارد؟

درین جا سیت ما به دو سب سیت تقسیم می گردد و ما برای حل آن به فرمول ترکیبی و اصل ضرب احتیاج داریم.

$$\binom{16}{3} \cdot \binom{12}{2} = \frac{16.15.14}{3.2} \cdot \frac{12.11}{2.1} = 36960$$

(c) چند امکان برای انتخاب حداقل چهار پسر وجود دارد؟

درین حالت ما می توانیم یک دختر و چهار پسر یا تنها پنج پسر و هیچ دختر نداشته باشیم.

$$\binom{16}{1} \binom{12}{4} + \binom{16}{0} \binom{12}{5} = 8712$$

تمرینات

1. یک موتور سواری/ ماشین می تواند با پنج رنگ مختلف، سه موتور (انجن) متفاوت و سه، چهار و پنج دروازه ای تولید گردد. چند مدل موتور سواری می توانیم داشته باشیم؟

2. کد یک قفل بایسکل از چهار رقم درست شده است. تعداد کدهای متفاوت را بیابید و تئیکه:

(a) ما از همه اعداد میان ۰ و ۹ استفاده کنیم.

(b) عدد صفر در جایگاه اول قرار نگیرد.

(c) تمام اعداد بتتبع متفاوت باشد.

(d) اگر کد حد اقل عدد ۵ را نداشته باشد.

3. از یک کلاس که ۴۰ شاگرد مشغول آموزش اند ما یک گروه ۴ نفر را انتخاب میکنیم. ازین چهار نفر یکی بحیث ریس، یکی معاون ریس، سومی بحیث منشی و چهارمی مسئول مالی انتخاب میکنیم. تعداد ممکن انتخاب چقدر خواهد بود؟

4. در یک بیمارستان/ شفاخانه ۵۰ نفر کار می کنند. تعداد کارمندان زن و مرد باهم برابر اند. ۸ نفر از آنها انتخاب میشوند.

(a) چند انتخاب ممکن صورت خواهد گرفت؟

(b) چند انتخاب ممکن وجود دارد که تعداد زن و مرد منتخب مساوی باشند؟

(c) چند انتخاب که اعضای آن ها تنها زنان باشند، وجود دارد؟

(d) چند انتخاب می تواند باشد که تعداد کارمند زن حد اقل ۸۰٪ باشد؟